Colle n$^{\text{o}}$ 21 – du 18 au 22/03/2019

Programme

1) ***Variables aléatoires discrètes*** : repasse du programme précédent

Tous les résultats faisant intervenir des familles sommables sont admis.

- définition ;
- loi d'une variable aléatoire discrète ; fonction de répartition d'une variable aléatoire réelle discrète ;
- lois usuelles : loi uniforme $\mathcal{U}(E)$ où E ensemble fini ; loi de Bernoulli $\mathcal{B}(p)$ où $p \in [0,1]$; loi binomiale $\mathcal{B}(n,p)$ où $n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in [0,1]$; loi géométrique $\mathcal{G}(p)$ où $p \in]0,1[$; loi de Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$ où $\lambda \in \mathbb{R}^{+*}$;
- fonction d'une variable aléatoire discrète ;
- couples de variables aléatoires discrètes ;
- espérance, variance, covariance, coefficient de corrélation ;
- inégalités de Markov, Bienaymé-Tchebychev et Cauchy-Schwarz, loi faible des grands nombres ;
- fonction génératrice d'une variable aléatoire à valeurs dans $\mathbb{N}$.

2) ***Calcul différentiel***

Les fonctions considérées sont définies sur un ouvert U de E, **à valeurs dans** $\mathbb{R}$, où E est un $\mathbb{R}$-espace vectoriel de dimension finie *(pour la pratique, le programme se limite au cas où $E = \mathbb{R}^p$ $(p \leq 3)$ et où f est de classe $\mathcal{C}^1$; l'étude de fonctions différentiables non de classe $\mathcal{C}^1$ est hors programme).* La définition de "*f différentiable en a*" a été vue en classe, mais le programme officiel en PSI se limite à la définiton de la différentielle dans le cas $\mathcal{C}^1$...

- développement limité à l'ordre 1, définition d'une fonction f différentiable en un point a de U et de la différentielle en a de f, notée $\mathrm{d}f(a) : h \mapsto \mathrm{d}f(a) \cdot h$; définition de la dérivée de f en un point a de U selon un vecteur non nul v, des dérivées partielles dans une base de E ; notations $\partial_j f$, $\dfrac{\partial f}{\partial x_j}$;
- définition des fonctions de classe $\mathcal{C}^1$ sur U ; théorème fondamental : si f est de classe $\mathcal{C}^1$ sur U, alors f est différentiable en tout point de U *(dém. non exigible)* ; si $\varphi : I \to U$ et $f : U \to \mathbb{R}$ sont de classe $\mathcal{C}^1$, leur composée $f \circ \varphi$ l'est aussi ; calcul pratique de de la dérivée de $f \circ \varphi$ (*règle de la chaîne*) ; exemples de changement de variables dans une équation aux dérivées partielles *(seuls les cas des changements de variables linéaires et des coordonnées polaires sont exigibles, la notion de difféomorphisme n'est pas au programme)* ;
- gradient d'une fonction numérique de classe $\mathcal{C}^1$ lorsque E est un espace euclidien, notation $\nabla f(a)$; lorsque l'ouvert U est convexe, inégalité des accroissements finis, caractérisation des fonctions constantes sur U ; points critiques d'une fonction numérique de classe $\mathcal{C}^1$, condition nécessaire d'existence d'un extremum local *(aucune condition suffisante n'est au programme)* ; définition des fonctions numériques de classe $\mathcal{C}^k$ sur U, algèbre $\mathcal{C}^k(U)$; théorème de Schwarz pour une fonction de classe $\mathcal{C}^2$ sur U *(démonstration hors programme).*

Prévisions

Courbes et surfaces.