Colle n° 18 – du 25/02 au 01/03/2019

Programme

1) ***Équations différentielles linéaires scalaires d'ordre 2***

- lorsque le coefficient de y'' ne s'annule pas, système d'ordre 1 associé, existence et unicité de la solution sur I du problème de CAUCHY, systèmes fondamentaux de solutions, wronskien *(la méthode de variation des constantes est hors programme)* ;
- cas où l'équation homogène associée est à coefficients constants ; obtention d'une solution particulière lorsque le second membre est de la forme $P(t)\,e^{kt}$, où $P \in \mathbb{K}[X]$ et $k \in \mathbb{K}$;
- abaissement de l'ordre : expression des solutions dans le cas où l'on connaît une solution de l'équation homogène associée ne s'annulant pas sur I ;
- exemples de recherche de solutions développables en série entière.

(Les équations non linéaires ne sont plus au programme en PSI.)

2) ***Probabilités discrètes***

- ensembles dénombrables : un ensemble est dit *dénombrable* s'il est en bijection avec $\mathbb{N}$; un ensemble fini ou dénombrable peut être décrit en extension sous la forme $\{x_n,\ n \in \mathbb{N}\}$; dénombrabilité de $\mathbb{Z}$, d'un produit cartésien de deux ensembles dénombrables *(toute autre connaissance sur la dénombrabilité est hors programme) ;*
- notion de tribu : une *tribu* sur un ensemble Ω est une partie $\mathcal{A}$ de $\mathcal{P}(\Omega)$, contenant Ω, stable par passage au complémentaire et par union dénombrable ; $(\Omega, \mathcal{A})$ est alors un espace *probabilisable* ; $\mathcal{A}$ est stable par intersection dénombrable ;
- notion de probabilité : une *probabilité* sur un espace probabilisable $(\Omega, \mathcal{A})$ est une application P de $\mathcal{A}$ dans $[0,1]$ telle que $P(\Omega) = 1$ et σ-additive ; $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ est alors un espace *probabilisé* ;
- premières propriétés d'une probabilité : probabilité de l'événement contraire d'un événement ; croissance, continuité croissante, continuité décroissante, sous-additivité ;
- conditionnement : lorsque $P(A) > 0$, définition de la *probabilité de B sachant A*, notée $P_A(B)$ ou $P(B|A)$; P_A est une probabilité sur $(\Omega, \mathcal{A})$; formule des probabilités composées (par convention, $P(A)\,P(B|A) = 0$ lorsque $P(A) = 0$) ; systèmes (finis ou dénombrables) complets, quasi complets d'événements ; formule des probabilités totales ; formule de BAYES ;
- indépendance : indépendance de deux événements, indépendance mutuelle d'une famille finie d'événements ; l'indépendance deux à deux n'entraîne pas l'indépendance mutuelle.

Prévisions

Variables aléatoires discrètes.

Compte rendu au verso – Merci...