

## Colle n° 16 – du 28/01 au 01/02/2019

### Programme

#### 1) Dérivation des fonctions numériques d'une variable réelle

Repasser du programme de PCSI.

#### 2) Dérivation des fonctions à valeurs vectorielles

Toutes les fonctions sont définies sur un intervalle de  $\mathbb{R}$  et à valeurs dans  $\mathbb{R}^n$ .

- taux de variation, dérivabilité en un point, équivalence avec l'existence d'un développement limité à l'ordre 1 ; dérivabilité sur un intervalle ;
- linéarité de la dérivation ; dérivées de  $\lambda.f$ ,  $L \circ f$ ,  $B(f, g)$ ,  $f \circ \varphi$  où  $f$  et  $g$  sont dérivables et à valeurs vectorielles,  $\lambda$  et  $\varphi$  sont dérivables et à valeurs réelles,  $L$  est linéaire et  $B$  est bilinéaire ; application au produit scalaire, au déterminant en dimension 2 ;
- fonctions de classe  $\mathcal{C}^k$ , de classe  $\mathcal{C}^\infty$  sur un intervalle, opérations sur ces fonctions.

#### 3) Arcs paramétrés

- notion d'arc paramétré de classe  $\mathcal{C}^k$  ( $k \in \mathbb{N}^*$ ) ;
- point régulier, tangente en un point régulier ;
- construction d'arcs plans : utilisation de développements limités pour déterminer l'allure d'un arc au voisinage d'un point (*les termes de point de rebroussement et de point d'inflexion ont été évoqués mais ne figurent pas explicitement au programme...*) ; utilisation de développements asymptotiques pour étudier une branche infinie (*l'étude des arcs définis par une équation polaire est hors programme*) ;
- longueur d'un arc paramétré de classe  $\mathcal{C}^1$  (*les notions d'abscisse curviligne et de paramétrage admissible sont hors programme*).

#### 4) Équations différentielles linéaires

- pratique de la résolution d'une équation linéaire scalaire d'ordre 1 (repasser du programme de PCSI) ;
- systèmes différentiels linéaires d'ordre 1 :  $I$  étant un intervalle de  $\mathbb{R}$ ,  $A$  une application continue de  $I$  dans  $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$  et  $B$  une application continue de  $I$  dans  $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{K})$ , définition d'une solution sur  $I$  de l'équation (S)  $X' = A(t)X + B(t)$  ; existence et unicité de la solution sur  $I$  du problème de Cauchy (*démonstration hors programme*) ; structure de l'ensemble des solutions sur  $I$  de l'équation  $X' = A(t)X$ , systèmes fondamentaux de solutions de cette équation, wronskien (*la méthode de variation des constantes est hors programme*) ;
- pratique de la résolution d'un système différentiel  $X' = AX$  à coefficients constants par réduction de la matrice  $A$  (*la notion d'exponentielle d'une matrice n'est pas au programme*).

### Prévisions

Équations différentielles (suite et fin).