

## Colle n° 14 – du 14 au 18/01/2019

**Programme****1) Espaces préhilbertiens réels**

- produit scalaire sur un  $\mathbb{R}$ -espace vectoriel, norme associée ; inégalité de CAUCHY-SCHWARZ ;
- orthogonal  $F^\perp$  (ou  $F^\circ$ ) d'un sous-espace vectoriel  $F$ , sous-espaces vectoriels orthogonaux ; procédé d'orthonormalisation de GRAM-SCHMIDT ;
- projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie, distance d'un point à un tel sous-espace, inégalité de BESSEL.

**2) Espaces euclidiens**

- existence de bases orthonormales ; écriture matricielle et expression analytique du produit scalaire dans une base orthonormale ; isomorphisme canonique entre  $E$  et son dual (*l'étude de la dualité n'est plus au programme, mais le terme de dual a été utilisé*), normale à un hyperplan ;
- endomorphismes symétriques : définition, caractérisation par la matrice dans une base orthonormale (*la notion d'adjoint n'est plus au programme*) ;
- automorphismes orthogonaux (ou isométries vectorielles) : définition, caractérisations ; groupes  $O(E)$ ,  $SO(E)$  ; réflexions, rotations ;
- matrices orthogonales : définition, caractérisations ; groupes  $O_n(\mathbb{R})$ ,  $SO_n(\mathbb{R})$  (notés aussi  $O(n)$ ,  $SO(n)$ ) ;
- produit mixte en dimensions 2 et 3, produit vectoriel en dimension 3 ;
- description des groupes orthogonaux en dimensions 2 et 3 ; angle d'une rotation dans un plan euclidien orienté ; axe et angle d'une rotation en dimension 3 ;
- réduction des endomorphismes symétriques et des matrices symétriques réelles : théorème spectral.

**Prévisions**

Fonctions à valeurs vectorielles, arcs paramétrés.