Colle n° 09 – du 26 au 30/11/2018

Programme

1) ***Suites et séries de fonctions*** **(I désigne un intervalle de $\mathbb{R}$)**

- convergence simple, convergence uniforme sur I d'une suite (*resp.* d'une série) de fonctions définies sur I, à valeurs réelles ou complexes ;
- norme de la convergence uniforme sur l'espace des fonctions bornées sur I à valeurs dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$;
- convergence normale sur I d'une série de fonctions ;
- *régularité de la limite d'une suite de fonctions* : continuité de la limite d'une suite de fonctions continues convergeant uniformément sur I ; théorème de la double limite *(démonstrations non exigibles)* ; dérivabilité de la limite d'une suite de fonctions (f_n) de classe $\mathcal{C}^1$ sur I, convergeant simplement sur I et telle que (f_n') converge uniformément sur I ; extension aux fonctions de classe $\mathcal{C}^k$ (il suffit que les $\left(f_n^{(j)}\right)$ convergent simplement pour $0 \leq j \leq k-1$ et que $\left(f_n^{(k)}\right)$ converge uniformément) ;
- *régularité de la somme d'une série de fonctions* : application des théorèmes précédents ;
- remarque sur les deux points précédents : pour la continuité et la dérivabilité, les étudiants sont habitués à utiliser si besoin les théorèmes sur des sous-intervalles où il y a convergence uniforme (plutôt que la "convergence uniforme sur tout segment de I" qui entraîne des confusions) ;
- interversion limite–intégrale (*resp.* intégration terme à terme), dans le cas d'intégrales ***sur un segment*** où il y a convergence uniforme d'une suite (*resp.* d'une série) de fonctions continues sur ledit segment.

Prévisions

Séries entières.